

## Capitolo 2 (Integrazione a unità 29)

### Poligoni inscrittibili e circoscrivibili

#### 2.1 Quesiti a risposta chiusa.

**2.1.1** I vertici di un generico quadrilatero convesso appartengono ad una stessa circonferenza.

- [A] Gli angoli opposti del quadrilatero sono uguali.
- [B] Gli angoli opposti del quadrilatero sono complementari.
- [C] Gli angoli opposti del quadrilatero sono supplementari.
- [D] Tra gli angoli opposti del quadrilatero non sussiste alcuna relazione speciale.

**2.1.2** Esiste almeno una circonferenza passante per due dati punti A e B ed avente dato raggio r:

- [A] comunque si scelgano i punti A e B ed il raggio r;
- [B] solo se  $\text{dist}(A,B) > 2r$ ;
- [C] solo se  $\text{dist}(A,B) < 2r$ ;
- [D] sotto condizioni diverse dalle precedenti.

**2.1.3** Il trapezio ABCD è tale che la base maggiore AB contiene il diametro di un semicerchio, mentre gli altri tre lati sono tangenti al semicerchio. Risulta che:

- [A]  $AB = AD + BC$ ;
- [B]  $AB > AD + BC$ ;
- [C]  $AB < AD + BC$ ;
- [D] non ci sono elementi per stabilire quale delle tre relazioni si verifica.

**2.1.4** Un parallelogramma è circoscritto ad una circonferenza. Si può affermare con certezza che si tratta di un:

- [A] quadrato; [B] rettangolo; [C] rombo; [D] parallelogramma generico.

**2.1.5** Un parallelogramma è inscritto in una circonferenza. Si può affermare con certezza che si tratta di un:

- [A] quadrato; [B] rettangolo; [C] rombo; [D] parallelogramma generico.

**2.1.6** Un trapezio rettangolo è circoscritto ad un cerchio di centro O. Indicato con AB il lato obliquo del trapezio:

- [A] il triangolo OAB è certamente rettangolo;
- [B] il triangolo OAB è certamente acutangolo;
- [C] il triangolo OAB è certamente ottusangolo;
- [D] di nessuna delle tre precedenti affermazioni c'è certezza.

**2.1.7** Si considerino il quadrato inscritto in un cerchio ed il quadrato ad esso circoscritto e, inoltre, il triangolo equilatero inscritto nel cerchio ed il triangolo equilatero ad esso circoscritto.

- [A] Sia i due quadrati sia i due triangoli sono superfici commensurabili.
- [B] Sia i due quadrati sia i due triangoli sono superfici incommensurabili.
- [C] I due quadrati sono superfici commensurabili ma i due triangoli sono incommensurabili.
- [D] I due triangoli sono superfici commensurabili ma i due quadrati sono incommensurabili.

**2.1.8** Ad un cerchio di raggio  $r$  è circoscritto un triangolo equilatero. Quant'è lungo il suo lato?

- [A]  $\frac{r}{2}\sqrt{3}$ .    [B]  $r\sqrt{3}$ .    [C]  $\frac{3}{2}r\sqrt{3}$ .    [D]  $2r\sqrt{3}$ .

**2.1.9** Ad un cerchio di raggio 1 m è circoscritto un esagono regolare. Qual è la misura, in metri, del suo lato?

- [A]  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .    [B]  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .    [C]  $\frac{3}{\sqrt{3}}$ .    [D]  $\frac{4}{\sqrt{3}}$ .

**2.1.10** Indicati con  $R$  ed  $r$  rispettivamente i raggi dei cerchi circoscritto ed inscritto in un triangolo equilatero, risulta che:

- [A]  $R = \frac{3}{2}r$ ;  
 [B]  $R = 2r$ ;  
 [C]  $R = 3r$ ;  
 [D] è impossibile stabilire con certezza se sussista una delle relazioni precedenti.

## 2.2 Quesiti a risposta aperta.

**2.2.1** Quando i lati di un triangolo sono tangenti ad una stessa circonferenza, la circonferenza si dice *inscritta* nel triangolo (e questo si dice *circoscritto* alla circonferenza). Si può affermare che in ogni triangolo è inscrittibile una circonferenza?

**2.2.2** Quando i vertici di un triangolo sono situati su una stessa circonferenza, la circonferenza si dice *circoscritta* al triangolo (e questo si dice *inscritto* nella circonferenza). Si può affermare che ad ogni triangolo è circoscrivibile in una circonferenza?

**2.2.3** È dato il quadrante di cerchio  $OAB$ , di centro  $O$  e raggio di lunghezza nota  $r$ . Sull'arco  $AB$  si prende un generico punto  $P$  e lo si proietta ortogonalmente in  $R$  sulla retta  $OA$  ed in  $S$  sulla retta  $OB$ . È possibile calcolare la lunghezza del segmento  $RS$ ?

**2.2.4** È dato l'angolo convesso  $\hat{aOb}$ . Siano  $A$  e  $B$  le intersezioni di una qualunque circonferenza di centro  $O$  con i lati  $Oa$  ed  $Ob$  del triangolo. Si conduca quindi per  $B$  la retta  $c$  tale che, detti  $C$  l'ulteriore punto in cui interseca la circonferenza e  $D$  il punto in cui interseca il prolungamento del lato  $Oa$ , il segmento  $CD$  sia lungo quanto il raggio della circonferenza. Si conduca infine per  $O$  la retta  $p$  parallela a  $c$  e si chiami  $P$  il punto, interno all'angolo  $\hat{aOb}$ , in cui essa interseca la circonferenza. Dimostrare che l'angolo  $\hat{AOP}$  è la terza parte dell'angolo  $\hat{aOb}$ .

**2.2.5** Un trapezio isoscele di perimetro 20 cm è circoscritto ad una circonferenza di raggio 2 cm. I dati sono sufficienti per calcolare le misure delle basi del trapezio?

**2.2.6** L'angolo in  $B$  del triangolo  $ABC$  è ottuso. Indicate con  $AD$  e  $BE$  due altezze del triangolo, dimostrare che l'asse del segmento  $DE$  passa per il punto medio di  $AB$ .

**2.2.7** Il perimetro di un esagono regolare è 36 cm. È possibile calcolare l'area della regione delimitata dalla circonferenza circoscritta all'esagono e da quella inscritta? Fornire un'esauriente spiegazione della risposta.

**2.2.8** Il lato dell'esagono regolare e quello del triangolo equilatero circoscritti ad uno stesso cerchio sono grandezze commensurabili o incommensurabili? Fornire un'esauriente spiegazione della risposta.

**2.2.9** Di un trapezio rettangolo si sa che ha area uguale a  $7 \text{ cm}^2$  ed è circoscritto ad un cerchio il cui raggio misura 1 cm. I dati sono sufficienti a calcolare il perimetro del trapezio?

**2.2.10** In un cerchio è inscritto un trapezio. Spiegare in maniera esauriente che si tratta di un trapezio isoscele.

**2.2.11** Un quadrilatero è inscritto in un cerchio. Dimostrare che ha due lati opposti paralleli se e solo se gli altri due sono uguali.

### 2.3 Risposte commentate: quesiti a risposta chiusa.

**Quesito 2.1.1.** Consideriamo il quadrilatero convesso ABCD, i cui vertici sono situati sulla circonferenza di centro O (disegnare la figura). Tracciate le congiungenti OA, OB, OC, OD, è evidente che l'angolo alla circonferenza  $\widehat{BAD}$  è la metà del corrispondente angolo al centro  $\widehat{BOD}$ , così come l'angolo alla circonferenza  $\widehat{BCD}$  è la metà del corrispondente angolo al centro  $\widehat{BOD}$ ; d'altro canto questi due angoli al centro hanno per somma un angolo giro, per cui  $\widehat{BAD} + \widehat{BCD} = \text{un angolo piatto}$ . Vale a dire che i due angoli sono supplementari. Di conseguenza anche gli altri due angoli opposti  $\widehat{ABD}$  e  $\widehat{ADC}$  lo sono, dal momento che la somma degli angoli interni di un quadrilatero è un angolo giro. [C] è l'alternativa corretta.

**Quesito 2.1.2.** Il centro O dell'eventuale circonferenza deve trovarsi sull'asse a del segmento AB. Allora con centro in A e raggio r si descrive una circonferenza (disegnare la figura): ciascun punto comune alla circonferenza ed alla retta a è il centro della circonferenza cercata. Affinché questo accada deve essere  $\text{dist}(A,B) \geq 2r$ . In particolare, se  $\text{dist}(A,B) = 2r$ , esiste una sola circonferenza, il cui centro è il punto medio di AB; se  $\text{dist}(A,B) > 2r$ , esistono due circonferenze. [D] è l'alternativa corretta.

**Quesito 2.1.3.** Ci riferiamo alla figura sottostante (Fig. 2.1).

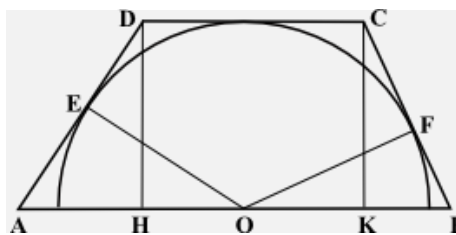


Fig. 2.1

Si dimostra che i due triangoli rettangoli AEO e BFO sono uguali poiché  $OE = OF$  in quanto uguali al raggio del semicerchio e  $\widehat{AOE} = \widehat{BOF}$  in quanto complementari dell'angolo in O: se ne desume che  $AO = BO$ . In modo analogo si conclude che  $OB = BC$ . Pertanto:  $AO + OB = AD + BC$ , cioè  $AB = AD + BC$ . [A] è l'alternativa corretta.

**Quesito 2.1.4.** Indichiamo nell'ordine con  $a, b, c, d$  le lunghezze dei lati del parallelogramma. Intanto, proprio perché si tratta di un parallelogramma, risulta  $a=c$  e  $b=d$ . Siccome si tratta di un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza, risulta  $a+c=b+d$ . Dalle condizioni precedenti si deduce  $a=b$ . Il parallelogramma è certamente un rombo. [C] è l'alternativa corretta.

**Quesito 2.1.5.** Siccome si tratta di un parallelogramma, gli angoli adiacenti ad ogni lato sono supplementari. Siccome si tratta di un quadrilatero inscritto in una circonferenza, gli angoli opposti sono supplementari. Cosicché due angoli opposti sono supplementari fra loro e supplementari di uno stesso angolo e, perciò, sono uguali e quindi retti. Il parallelogramma è certamente un rettangolo. [B] è l'alternativa corretta.

**Quesito 2.1.6.** L'alternativa corretta è [A]. Per dimostrarlo bisogna tracciare il diametro MN perpendicolare alle basi del trapezio (M ed A su una medesima base) e, indicato con H il punto in cui il lato obliquo AB tocca il cerchio, dimostrare che i triangoli OMA ed OHA sono congruenti e così pure i triangoli ONB ed OHB. Ne discende che:  $\widehat{MOA}=\widehat{HOA}$  e  $\widehat{NOB}=\widehat{HOB}$ , da cui segue:  $\widehat{MOA}+\widehat{NOB}=\widehat{HOA}+\widehat{HOB}=90^\circ$ .

**Quesito 2.1.7.** Si può calcolare che il quadrato circoscritto ha un'area doppia di quello inscritto e che il triangolo equilatero circoscritto ha un'area quadrupla di quello inscritto. Si conclude che l'alternativa corretta è la [A].

**Quesito 2.1.8.** Basta prendere in considerazione il triangolo OAB avente per vertici il centro O del cerchio, il vertice A del triangolo assegnato e il punto T in cui uno dei due lati che convergono in A tocca il cerchio. In questo triangolo, OT misura  $r$  ed AT misura  $L/2$ , dove  $L$  è il lato del triangolo assegnato. Inoltre, l'angolo  $\widehat{OAT}$  misura  $30^\circ$ . Si deduce che  $L=2r\sqrt{3}$ . [D] è l'alternativa corretta.

**Quesito 2.1.9.** Basta prendere in considerazione il triangolo OAB avente per vertici il centro O del cerchio, il vertice A dell'esagono e il punto T in cui uno dei due lati che convergono in A tocca il cerchio. In questo triangolo, OT misura  $1m$  ed AT misura  $L/2$ , dove  $L$  è il lato dell'esagono. Inoltre, l'angolo  $\widehat{OAT}$  misura  $30^\circ$ . Si deduce che  $L=\frac{4}{\sqrt{3}}m$ . [D] è l'alternativa corretta.

**Quesito 2.1.10.** In un triangolo equilatero coincidono il circocentro (= centro del cerchio circoscritto), l'incentro (= centro del cerchio inscritto) e il baricentro (= punto d'incontro delle mediane). D'altro canto, il baricentro divide ogni mediana (che, nel caso specifico, è anche asse e bisettrice del triangolo) in due parti, di cui quella che contiene il vertice è il doppio dell'altra. Siccome la prima è il raggio  $R$  del cerchio circoscritto e la seconda il raggio  $r$  del cerchio inscritto, risulta  $R = 2r$ . [B] è l'alternativa corretta.

## 2.4 Risposte commentate: quesiti a risposta aperta.

**Quesito 2.2.1.** Sì. Basta tener presente che le bisettrici di ogni triangolo passano per uno stesso punto, che è equidistante dai lati del triangolo, per cui la circonferenza avente centro in questo punto e raggio uguale alla sua distanza da uno dei lati del triangolo è la circonferenza inscritta

nel triangolo. Proprio per questo il punto comune alle bisettrici di un triangolo si dice *incentro* (vale a dire: *centro del cerchio inscritto*)

**Quesito 2.2.2.** Sì. Basta tener presente che gli assi del triangolo passano per uno stesso punto, che è equidistante dai vertici del triangolo, per cui la circonferenza avente centro in questo punto e raggio uguale alla sua distanza da uno dei vertici del triangolo è la circonferenza circoscritta al triangolo. Proprio per questo il punto comune agli assi di un triangolo si chiama *circocentro* (vale a dire: *centro del cerchio circoscritto*).

**Quesito 2.2.3.** È sufficiente constatare che il quadrilatero ORPS è un rettangolo, le cui diagonali sono il raggio OP del quadrante e il segmento RS. Siccome tali diagonali sono uguali, è evidente che RS è lungo r.

**Quesito 2.2.4.** Con riferimento alla figura sottostante (Fig. 2.2), si dimostra facilmente che gli angoli  $\widehat{C\hat{O}D}$  e  $\widehat{C\hat{D}O}$  sono uguali e, così pure, sono uguali gli angoli  $\widehat{O\hat{C}B}$ ,  $\widehat{O\hat{B}C}$  e  $\widehat{P\hat{O}B}$ .

Pertanto:

$$\widehat{O\hat{C}B} = 2 \widehat{C\hat{O}D}, \text{ o anche: } \widehat{C\hat{O}D} = \frac{1}{2} \widehat{P\hat{O}B} \text{ e } \widehat{B\hat{O}C} = 180^\circ - 2 \widehat{O\hat{B}C} = 180^\circ - 2 \widehat{P\hat{O}B}.$$

$$\text{D'altro canto: } \widehat{A\hat{O}P} + \widehat{P\hat{O}B} + \widehat{B\hat{O}C} + \widehat{C\hat{O}D} = 180^\circ.$$

$$\text{Per cui: } \widehat{A\hat{O}P} + \widehat{P\hat{O}B} + (180^\circ - 2 \widehat{P\hat{O}B}) + \frac{1}{2} \widehat{P\hat{O}B} = 180, \text{ e da qui, a conti fatti: } \widehat{A\hat{O}P} = \frac{1}{2} \widehat{P\hat{O}B}.$$

$$\text{Infine: } \widehat{A\hat{O}P} = \frac{1}{3} \widehat{a\hat{O}b}.$$

[c.v.d.]

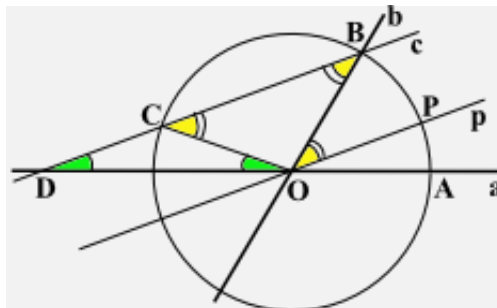


Fig. 2.2

Il procedimento descritto permette di trisecare un angolo qualsiasi ed è dovuto ad Archimede. In realtà gli antichi si sforzavano di ottenere tale trisezione con l'uso esclusivo di riga (non graduata) e compasso: cosa che nel procedimento descritto non succede dal momento che l'inserimento del segmento CD della retta c passante per B fra la circonferenza e la retta a non è possibile ottenerlo con il solo uso di riga e compasso, ma almeno anche con l'uso di una riga graduata.

**Quesito 2.2.3.** La somma delle basi del trapezio è il doppio del lato obliquo, per cui il perimetro del trapezio è 4 volte il lato obliquo. Vale a dire che il lato obliquo misura 5 cm. L'altezza del trapezio è, a sua volta, il doppio del raggio della circonferenza, cioè 4 cm. A questo punto è facile trovare sia la somma delle basi del trapezio (= 10 cm) sia la loro differenza (= 6 cm). Ne consegue rapidamente che le basi misurano 8 cm e 2 cm.

**Quesito 2.2.6.** Nel triangolo ABC, ottusangolo in B, siano le altezze AD e BE (Fig. 2.3). È evidente che i due triangoli ABD e ABE sono rettangoli ed hanno in comune l'ipotenusa AB. Se ne desume che il quadrilatero ADBE è inscrittibile in una circonferenza. L'asse della corda DE di questa circonferenza è un diametro della circonferenza medesima e perciò passa per il centro di essa, che è esattamente il punto medio del segmento AB.

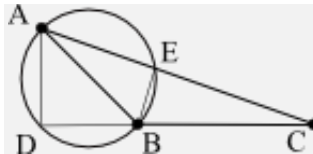


Fig. 2.3

**Quesito 2.2.7.** Il raggio R della circonferenza circoscritta all'esagono regolare è uguale al lato dell'esagono, per cui  $R = 6$  cm. D'altro canto il raggio della circonferenza circoscritta, il raggio r di quella inscritta e la metà del lato dell'esagono formano un triangolo rettangolo in cui l'angolo opposto ad r misura  $60^\circ$ , per cui  $r = \frac{R}{2}\sqrt{3}$  e quindi  $r = 3\sqrt{3}$  cm. Si desume che l'area A della regione delimitata dalle due circonferenze (che è poi una corona circolare) è:

$$A = \pi(R^2 - r^2) = 9\pi \text{ cm}^2.$$

**Quesito 2.2.8.** Indicato con r il raggio del cerchio, si trova che il lato dell'esagono regolare ad esso circoscritto è  $L_6 = \frac{4r}{\sqrt{3}}$ , mentre il lato del triangolo equilatero circoscritto è  $L_3 = 2r\sqrt{3}$ . Si ha

$$\text{pertanto: } \frac{L_3}{L_6} = \frac{3}{2}.$$

Le due grandezze sono commensurabili.

**Quesito 2.2.9.** L'altezza h del trapezio misura il doppio del raggio del cerchio inscritto, vale a dire 2 cm. Pertanto, considerato che la sua area A è nota, la somma delle basi del trapezio è:

$$B + b = \frac{2A}{h} = \frac{14}{2} = 7 \text{ (cm)}.$$

D'altro canto, la somma dei lati obliqui è uguale a quella delle basi. Se ne desume che il perimetro del trapezio è 14 cm.

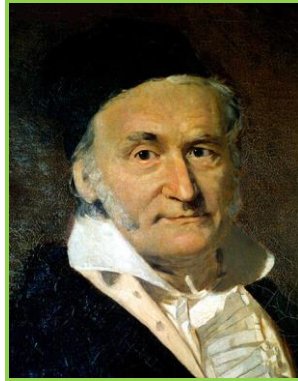
**Quesito 2.2.10.** Le basi del trapezio sono evidentemente corde del cerchio ed il diametro perpendicolare ad esse le biseca. Se ne desume che tale diametro divide il trapezio in due trapezi simmetrici rispetto al diametro medesimo e, per questo, isometrici. Di conseguenza i lati obliqui del trapezio sono congruenti e perciò il trapezio è isoscele.

**Quesito 2.2.11.** Sia ABCD un quadrilatero inscritto in un cerchio.

Supponiamo dapprima che i lati AB e DC siano paralleli. Dimostriamo che  $AD = BC$ . Tracciata la diagonale AC, dall'uguaglianza degli angoli alla circonferenza,  $\widehat{BAC}$  e  $\widehat{DCA}$ , segue che sono uguali gli archi AD e BC da essi sottesi e quindi sono uguali anche le corde AD e BC che tali archi sottendono.

Supponiamo adesso che sia  $AD=BC$ . Per dimostrare che  $AB\parallel DC$  basta invertire il ragionamento precedente e concludere che gli angoli  $\widehat{BAC}$  e  $\widehat{DCA}$  sono uguali. Ne consegue che le rette  $AB$  e  $DC$ , tagliate dalla trasversale  $AC$ , formano angoli alterni interni uguali e perciò sono parallele.

## 2.5 Carl Friedrich Gauss: vita ed opere.



Gauss

Carl Friedrich Gauss nacque a Brunswick nel 1777 e morì a Gottinga nel 1855. Nel corso della sua vita non uscì mai dalla Germania. Era figlio di una famiglia povera e poté mantenersi agli studi grazie alla generosa assistenza economica del duca di Brunswick, che lo aveva conosciuto e apprezzato quando Carl aveva 14 anni. Gauss entrò a 15 anni al Collegium Carolinum di Brunswick, dove rimase per tre anni ed ebbe modo di studiare le opere di Eulero, Lagrange e Newton. Dal 1795 al 1798 studiò all'Università di Gottinga, dove conobbe Wolfgang Bolyai (1775-1856), con quale instaurò un'amicizia sincera e duratura. Da Gottinga passò poi all'Università di Helmstedt, dove si laureò nel 1799. Il suo mecenate continuò a sostenerlo economicamente e su questo fronte Gauss non ebbe problemi e poté dedicarsi completamente agli studi. Ma nel 1806 il duca morì, in seguito alle ferite riportate in una battaglia contro le truppe napoleoniche. Gauss rimase senza sostentamento e si rese ovviamente conto che doveva cercarsi un lavoro. Per la fama di grande scienziato che nel frattempo si era costruita, non avrebbe avuto alcuna difficoltà ad ottenere una cattedra in qualche università, considerato d'altronde che le offerte non gli mancarono. Preferì la nomina a direttore dell'Osservatorio di Gottinga, che gli venne conferita nel 1807 con l'obbligo di tenere lezioni di matematica nell'Università di quella città. Tra i suoi non molti discepoli, due si sarebbero distinti in campo matematico: Lejeune Dirichlet (1805-1859) e Ferdinand G. Eisenstein (1823-1852). All'Osservatorio Gauss trascorse il resto della sua vita.

Gauss non pubblicò molti lavori (il suo motto era: *pauca, sed matura*), ma quei pochi che pubblicò sono un monumento ad una fama imperitura. In una breve sintesi come la nostra, dedicata esclusivamente alla matematica pre-universitaria, non è possibile far risaltare in tutta la sua importanza l'opera di Gauss, per cui ci limitiamo a fare un cenno solo ad alcuni dei suoi risultati matematici, senza addentrarci in aspetti specialistici e tralasciando i suoi contributi all'astronomia e alla fisica, che pure furono di altissimo livello.

Ricordiamo anzitutto la sua tesi di laurea, composta all'età di 22 anni, con la quale dimostrava in modo rigoroso "il teorema fondamentale dell'algebra", spiegando fra l'altro che contenevano errori le dimostrazioni precedenti ad opera di altri matematici (D'Alembert, Eulero, Lagrange). In quest'opera è data legittimazione definitiva ai numeri complessi. Del teorema Gauss avrebbe dato in seguito altre tre dimostrazioni.

Nel 1801, a 24 anni, pubblicò un libro fondamentale per la teoria dei numeri, dal titolo *Disquisitiones arithmeticae*. Il duca di Brunswick pagò le spese di stampa e Gauss gli dedicò l'opera. Il libro contiene risultati che erano stati già ottenuti da altri studiosi (Fermat, Eulero, Lagrange), ma contiene pure contributi del tutto originali di Gauss. In particolare contiene la dimostrazione rigorosa del teorema (noto come *teorema fondamentale dell'aritmetica*) in base al quale ogni numero naturale può essere fattorizzato in un solo modo (a parte l'ordine dei fattori) in un prodotto di numeri primi.

Nello stesso anno 1801, l'astronomo italiano Giuseppe Piazzi (1746-1826) scoprì l'asteroide Cerere, ma dopo qualche giorno lo perse e non riuscì più a seguirlo. Gauss, confidando nella legge della gravitazione universale di Newton, riuscì a stabilire dove doveva trovarsi e così l'asteroide fu ritrovato esattamente dove egli sosteneva che fosse. Si servì, nei suoi calcoli, di un metodo, oggi noto come *metodo dei minimi quadrati*, che riduce al minimo l'influsso degli errori di sperimentazione.

Il metodo dei minimi quadrati non fu l'unico contributo di Gauss alla statistica. Per descrivere la misura degli errori di sperimentazione egli introdusse il concetto di *variabile aleatoria normale* e sviluppò la *distribuzione normale*, oggi chiamata anche *distribuzione di Gauss*.

È del 1827 la pubblicazione di un'opera che tratta di questioni matematiche alle quali non possiamo neppure accennare in queste note. Porta il titolo *Disquisitiones generales circa superficies curvas*. Diciamo genericamente che si occupa di superfici curve.

Pensò, forse prima di ogni altro studioso, alla possibilità di una geometria indipendente dal V postulato di Euclide. A lui si deve peraltro la denominazione di "geometria non euclidea".

Gauss fece molte altre scoperte, che non pubblicò mai. Quando però un analogo risultato veniva pubblicato da altri, egli sosteneva di averlo già trovato da tempo.

Così accadde, ad esempio, con la scoperta di una geometria non euclidea, allorché, ricevuto dall'amico Wolfgang Bolyai il lavoro del figlio Janos (1802-1860) per un parere, rispose: «... i risultati ... coincidono quasi interamente con le mie meditazioni, che hanno occupato in parte la mia mente da trenta a trentacinque anni a questa parte». <sup>(1)</sup>

Così accadde anche con i risultati che via via otteneva il matematico francese Adrien Marie Legendre (1752-1833), il quale giunse ad accusare Gauss di plagio. E così accadde in altri casi.

Ora ci chiediamo: ma siamo proprio sicuri che Gauss aveva ottenuto i risultati che diceva o non avevano forse ragione quelli che lo accusavano di millanteria?

Ebbene, per quanto concerne la geometria non euclidea, il lavoro di Janos Bolyai fu pubblicato nel 1832, ma già nel 1829 Gauss aveva inviato una lettera al suo amico Friedrich Wilhelm Bessel

---

<sup>1</sup> Cfr.: Roberto Bonola, *La geometria non-euclidea*, Bologna, Zanichelli, Ristampa 1975, pag. 90.



(1784-1846), egli pure matematico ed astronomo, nella quale accennava alla possibilità di costruire una geometria indipendente dal V postulato, dicendo che mai avrebbe pubblicato i suoi risultati per non suscitare “le risa dei beoti”.

Altre lettere, inviate ad altri amici, confermano situazioni analoghe.

Ma soprattutto nel 1898 è stato ritrovato fra le carte di Gauss, da un suo nipote, un “diario” nel quale egli annotava le sue scoperte nei giorni in cui le faceva. Questo diario, che è stato reso pubblico nel 1901 su iniziativa di F. Klein, contiene la formulazione di 146 risultati, ottenuti fra il 1796 e il 1814. Sono tutte scoperte di rilievo notevole, che dimostrano come Gauss dicesse il vero quando sosteneva le sue ragioni.

Gauss dominò la matematica degli anni a cavallo fra il XVIII e il XIX secolo. Fu considerato il re dei matematici del suo tempo. Vogliamo concludere con due aneddoti che lo riguardano.

Il primo racconta che Carl, all’età di 10 anni, si ritrovò a calcolare la somma dei numeri interi da 1 a 100 e lo fece rapidamente con un ragionamento che, pur senza conoscerla, lo condusse ad applicare in sostanza la formula  $S_n = n(n+1)/2$ .

Il secondo aneddoto è legato alla prima scoperta che compare nel suo “diario”. Porta la data del 30 marzo 1796: fra un mese esatto Gauss avrebbe compiuto 19 anni. Riguarda un problema che da oltre duemila anni angustiava i matematici e Gauss lo risolse. Egli trovò una condizione necessaria e sufficiente affinché una circonferenza potesse essere suddivisa in  $N$  parti uguali, utilizzando solo ed esclusivamente gli strumenti riga e compasso. Questa scoperta sarebbe poi confluita nelle *Disquisitiones*. Un caso particolare di questa suddivisione si ha per  $N=17$  e corrisponde ovviamente alla costruzione del poligono regolare di 17 lati inscritto in una circonferenza. Orbene, tale figura (ossia l’eptadecagono regolare inscritto nella circonferenza) Gauss chiese che fosse scolpita sulla sua tomba. Non fu possibile accontentarlo poiché lo scalpello non fu in grado di farlo.