Capitolo 3 (Integrazione a unità 30-31)

Similitudini e applicazioni

3. 1 Quesiti a risposta chiusa.

3. 1. 1 Sono assegnate due circonferenze tangenti esternamente. Per il punto in cui si toccano sono condotte due qualsiasi rette distinte, le quali intersecano le due circonferenze, oltre che nel punto di contatto, complessivamente in altri 4 punti. Il quadrilatero convesso che ha tali punti come vertici è un

[A] parallelogramma generico; [B] rettangolo;
[C] trapezio; [D] quadrilatero generico.

3. 1. 2 È FALSO che una generica similitudine trasformi:
[A] una retta in una retta parallela;
[B] un trapezio isoscele in un trapezio isoscele;
[C] un parallelogramma in un parallelogramma;
[D] una parabola in una parabola.

3. 1. 3 Considerati due qualsiasi poligoni aventi un ugual numero di lati, accade che:
[A] se sono equivalenti allora sono simili;
[B] se sono simili allora sono equivalenti;
[C] se sono equivalenti e simili allora sono congruenti;
[D] le affermazioni precedenti sono tutte e tre false.

3. 1. 4 Su una cartina geografica in scala 1:4.500.000, la distanza fra Messina ed Atene è 16 cm. Quanto vale in linea d'area quella distanza nella realtà?
[A] 281 km. [B] 720 km. [C] 2812 km. [D] 7200 km.

3. 1. 5 Considerati due qualsiasi parallelogrammi, accade che:
[A] sono comunque figure simili;
[B] sono simili se hanno gli angoli rispettivamente congruenti;
[C] sono simili se hanno i lati corrispondenti direttamente proporzionali;
[D] le affermazioni precedenti sono tutte e tre false.

3. 1. 6 Nel triangolo ABC i lati AB, BC, CA misurano rispettivamente 6 cm, 9 cm, 10 cm. Indicato con D il punto in cui la bisettrice dell'angolo BÂC seca BC, la misura del segmento BD, espressa in cm, è:
[A] 3; [B] 4 ; [C] 5 ; [D] 6 .

3. 1. 7 Un rettangolo è simile a ciascuno dei due rettangoli in cui è diviso dal segmento avente per estremi i punti medi dei suoi lati maggiori.
[A] Il rapporto fra il lato maggiore e quello minore del rettangolo è $\sqrt{2}$.
[B] Il lato maggiore del rettangolo è il doppio di quello minore.
[C] Il lato minore del rettangolo è sezione aurea del maggiore.

[D] I dati sono insufficienti per poter determinare il rapporto fra il lato maggiore e quello minore del rettangolo.

3. 1. 8 Un foglio di carta, ripiegato opportunamente a metà, dà luogo a due rettangoli simili a quello dato. Se la sua diagonale misura 24 cm, quant'è la misura del suo lato maggiore, espressa in cm?

[A] $8\sqrt{2}$. [B] $8\sqrt{3}$. [C] $8\sqrt{5}$. [D] $8\sqrt{6}$.

3. 1. 9 Considerato il triangolo acutangolo ABC, siano H e K rispettivamente le proiezioni di B su AC e di C su AB. Cosa si può dire dei due triangoli AHB e AKC?

[A] Che sono congruenti.
[B] Che sono simili ma non congruenti.
[C] Che sono equivalenti ma non simili.
[D] Che nessuna delle precedenti affermazioni è vera.

3. 1. 10 La base maggiore di un trapezio è lunga il doppio della minore. Considerate le due parti in cui il trapezio è diviso dalla corda che unisce i punti medi dei suoi lati obliqui e indicato con R il rapporto fra la maggiore e la minore di queste due parti, risulta che:

[A] $R = 3/2$; [B] $R = 5/3$;
[C] $R = 7/5$; [D] i dati sono insufficienti a calcolare R.

3. 1. 11 In un trapezio rettangolo le diagonali sono perpendicolari e le basi misurano 3 cm e 4 cm. Indicata con S l'area del trapezio, risulta che:

[A] $S = \frac{21}{2}\sqrt{2}\ \text{cm}^2$; [B] $S = 7\sqrt{3}\ \text{cm}^2$;
[C] $S = \frac{7}{2}\sqrt{5}\ \text{cm}^2$; [D] i dati sono insufficienti a calcolare R.

3. 1. 12 Internamente al segmento AB si prendano i punti C e D in modo che il segmento CD sia medio proporzionale fra i segmenti AC e DB. Si costruisca quindi il quadrato CDEF e si chiami G il punto in cui si intersecano le rette AF e BE. Si può affermare con certezza che:

[A] il triangolo GAB è acutangolo;
[B] il triangolo GAB è rettangolo;
[C] il triangolo GAB è ottusangolo;
[D] nessuna delle tre situazioni precedenti è determinata.

3. 2 Quesiti a risposta aperta.

3. 2. 1 È vero che ogni similitudine trasforma un trapezio in un trapezio?

3. 2. 2 Sono date due circonferenze, l'una interna all'altra. Dimostrare che sono simili facendo vedere che esiste almeno una similitudine che trasforma una di esse nell'altra.

3. 2. 3 Nel triangolo ABC il lato BC è il più lungo e l'altezza relativa ad esso, lunga 5 cm, lo divide in due parti lunghe 3 cm e 4 cm. È possibile che il triangolo sia rettangolo?

3. 2. 4 I lati CA e CB del triangolo ABC misurano rispettivamente 15 cm e 20 cm. È possibile che sul lato AB ci sia un punto P che, a partire da A, lo divida internamente in due parti direttamente proporzionali ai numeri 2 e 3, in modo che la retta CP bisechi l'angolo $A\hat{C}B$?

3. 2. 5 Quale relazione sussiste fra il lato del decagono regolare e quello dell'esagono regolare inscritti in un cerchio?

3. 2. 6 Il triangolo ABC è ottusangolo e BC è il lato maggiore. Siano P e Q i piedi delle altezze relative ai lati AC e AB rispettivamente. È vero o è falso che i due triangoli ABC e APQ sono simili?

3. 2. 7 Sia AH l'altezza del triangolo ABC e sia D il punto interno ad AH tale che $AD = 2\ DH$. La parallela a BC, condotta per D, interseca i lati AB e AC del triangolo nei punti E ed F rispettivamente. Spiegare com'è possibile calcolare il rapporto fra l'area del quadrilatero EBCF e quella del triangolo AEF.

3. 2. 8 In un piano, riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy), sono assegnati il quadrato avente come diagonale il segmento AB, dove A(0,1) e B(2,1), ed il quadrato avente come diagonale il segmento PQ, dove P(3,2) e Q(7,2). Il secondo quadrato si può pensare come il trasformato del primo mediante la similitudine $\tau\circ\omega$, dove τ è una traslazione ed ω è un'omotetia di centro O. Determinare le equazioni di τ e di ω.

3. 2. 9 Un quadrato è inscritto in un triangolo rettangolo in modo che un suo lato sia contenuto nell'ipotenusa. Le due parti rimanenti dell'ipotenusa misurano 2 cm e 8 cm. I dati sono sufficienti a calcolare il perimetro del triangolo?

3. 2. 10 Nel trapezio ABCD le basi AB e DC misurano nell'ordine 8 cm e $2\sqrt{3}$ cm. Una corda del trapezio, parallela alle sue basi, lo divide in due parti, di cui quella individuata dalla base maggiore è il triplo dell'altra. Stabilire se i dati assegnati sono sufficienti per determinare: a) la misura della corda; b) l'area del trapezio.

3. 2. 11 In un triangolo rettangolo il cateto AB è lungo il doppio del cateto AC. Si prenda sull'ipotenusa BC il punto D tale che CD=CA e si dimostri che BD è uguale alla sezione aurea di AB.

3. 2. 12 Nel triangolo rettangolo ABC le lunghezze dei cateti AB e AC sono rispettivamente 3a e 4a, dove a è una lunghezza assegnata. Si recidono, con tre corde parallele rispettivamente ai tre lati del triangolo, tre triangolini in modo che la parte rimanente del triangolo sia un esagono equilatero. Quant'è lungo il lato di questo esagono?

3. 2. 13 Un triangolo isoscele è diviso da una corda parallela alla sua base in due parti equivalenti. Sapendo che ciascuno dei lati obliqui è lungo 10 cm, i dati sono sufficienti per determinare le misure delle due parti in cui ciascun lato obliquo è diviso dalla corda suddetta? Lo sono per calcolare l'altezza propriamente detta del triangolo?

3. 3 Risposte commentate: quesiti a risposta chiusa.

Quesito 3. 1. 1. Indicato con C il punto di contatto delle due circonferenze k e k', siano A ed A' i punti in cui la retta r, condotta per C, le interseca nell'ordine e siano B e B' i punti in cui le interseca nell'ordine la retta s, distinta da r. I punti A e A' sono punti corrispondenti

nell'omotetia di centro C e caratteristica uguale al rapporto fra il raggio di k e quello di k'. Così pure sono corrispondenti nella stessa omotetia i punti B e B'. Quindi le rette AB e A'B' si corrispondono nella medesima omotetia e, perciò, sono parallele.
Nulla si può dire, invece, delle rette AB' e A'B. Si deve concludere, pertanto, che il quadrilatero ABA'B' è un trapezio di basi AB e A'B'. L'alternativa corretta è [C].

Quesito 3. 1. 2. Una generica similitudine trasforma ogni retta in una retta, non necessariamente parallela alla prima. L'alternativa corretta, pertanto, è [A].
Ci fermiamo qui, ma, volendo, si potrebbe spiegare perché le altre alternative non sono corrette. Invitiamo il lettore a farlo.

Quesito 3. 1. 3. L'alternativa corretta è [C]. Se, infatti, i due poligoni sono simili, allora è costante il rapporto k fra due lati corrispondenti ed è uguale a k^2 quello fra le aree. D'altra parte, se sono equivalenti, il rapporto fra le loro aree è 1. Dunque $|k|=1$. Vale a dire che i due poligoni sono congruenti.

Quesito 3. 1. 4. La distanza reale è $4.500.000 \times 16$ cm, vale dire 720 km. [B] è l'alternativa corretta.

Quesito 3. 1. 5. Le alternative [A] e [B] non sono corrette: basti pensare ad un quadrato e ad un generico rettangolo. Anche l'alternativa [C] non è corretta: basti pensare ad un quadrato e ad un generico rombo. L'alternativa corretta è dunque la [D].

Quesito 3. 1. 6. In virtù del teorema della bisetttrice: $\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}$, da cui segue anzitutto che $\overline{BD}:\overline{DC}=6:9$, vale a dire: $\overline{BD}=\frac{2}{3}\overline{DC}$. Poiché BC è lungo 10 cm, ne consegue che BD è lungo 4 cm e DC è lungo 6 cm. L'alternativa corretta è [B].
Una variante nel ragionamento, che comunque presuppone il ricorso al teorema della bisettrice: in base ad esso $\overline{BD}:\overline{DC}=2:3$, per cui BD<DC. Siccome BC misura 10 cm, BD deve misurare meno di 5 cm. Di conseguenza le alternative [C] e [D] devono essere scartate. Delle altre due, si verifica direttamente che solo la [B] è tale che $\overline{BD}:\overline{DC}=2:3$. Questa è pertanto l'alternativa corretta.

Quesito 3. 1. 7. Considerato il rettangolo ABCD, sia E il punto medio del lato maggiore AB. Per i dati deve avvenire che: $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{AE}$, da cui, tenendo presente che AE è la metà di AB, segue: $\overline{AB}^2=2\,\overline{AD}^2$ e perciò: $\overline{AB}=\overline{AD}\,\sqrt{2}$. L'alternativa corretta è [A].

Quesito 3. 1. 8. Posto uguale ad x cm la misura del lato maggiore, si trova che quella del lato minore è $\frac{x}{\sqrt{2}}$ cm, per cui la diagonale misura $\frac{x\sqrt{6}}{2}$ cm. Deve essere pertanto soddisfatta la seguente condizione: $\frac{x\sqrt{6}}{2}=24$, da cui segue: $x=8\sqrt{6}$. [D] è l'alternativa corretta.

Quesito 3. 1. 9. Bisogna constatare che i due triangoli AHB e AKC sono rettangoli. Inoltre che i punti H e K sono situati sulla circonferenza di diametro BC, per cui gli angoli $A\hat{B}H$ e $A\hat{C}K$ sono uguali perché angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco HK. I due triangoli in esame sono pertanto simili in virtù del primo criterio di similitudine. [B] è l'alternativa corretta.

Quesito 3. 1. 10. Indichiamo per comodità con b e 2b la base minore e la base maggiore del trapezio e con h la sua altezza e osserviamo in via preliminare che la corda che congiunge i punti medi dei suoi lati obliqui è parallela alle basi del trapezio, equidistante da esse ed è uguale alla loro semisomma, ovvero $\frac{b+2b}{2}=\frac{3b}{2}$. Ne discende che le due parti in cui il trapezio è suddiviso da tale corda sono due trapezi ed il rapporto R fra l'area del maggiore di essi e l'area del minore è:

$$R=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2}\cdot\left(2b+\frac{3b}{2}\right)}{\frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2}\cdot\left(\frac{3b}{2}+b\right)}=\frac{7}{5}.$$

[C] è l'alternativa corretta.

Quesito 3. 1. 11. In un trapezio rettangolo con le diagonali perpendicolari l'altezza è media proporzionale fra le basi, per cui l'altezza del trapezio è $2\sqrt{3}$ cm e l'area S è, di conseguenza: $S=7\sqrt{3}$ cm^2. [B] è l'alternativa corretta.

Quesito 3. 1. 12. In base ai dati risulta AC:CD=CD:DB ovvero, essendo CDEF un quadrato, AC:CF=ED:DB; se ne desume che i due triangoli rettangoli ACF e EDB sono simili per il 2° criterio di similitudine ed i vertici si corrispondono secondo la seguente corrispondenza: A-E, C-D, F-B; si desume che gli angoli in A ed in B sono complementari. Di conseguenza il triangolo GAB è rettangolo in G. [B] è l'alternativa corretta.

3. 4 Risposte commentate: quesiti a risposta aperta.

Quesito 3. 2. 1. Sì. Infatti ogni similitudine trasforma una figura in una figura avente la stessa forma e quindi un trapezio in un trapezio.

Quesito 3. 2. 2. Basta effettuare una traslazione t che porti la circonferenza più piccola c in una posizione c' esterna alla ciconferenza più grande C e poi condurre due opportune tangenti comuni alle circonferenze c' e C (Fig. 3.1).

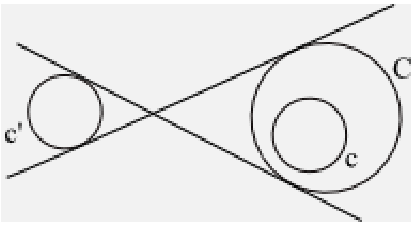


Fig. 3.1

L'omotetia ω avente centro nel punto comune a tali tangenti e caratteristica uguale al rapporto fra la circonferenza maggiore e quella minore trasforma la circonferenza c' in C. Di modo che il prodotto della traslazione t per l'omotetia ω, che è per l'appunto una similitudine, trasforma c in C. Le due circonferenze sono pertanto simili.

Quesito 3. 2. 3. No. Infatti il prodotto delle misure delle due parti in cui l'altezza divide il lato BC è diverso dal quadrato dell'altezza stessa. Per cui il triangolo non può essere rettangolo in A. D'altronde BC è il lato maggiore, per cui non può essere rettangolo in alcun altro vertice.

Quesito 3.2.4. A troppe condizioni deve sottostare il punto P, rese incompatibili dal teorema della bisettrice dell'angolo interno di un triangolo: o le due parti AP e PB sono direttamente proporzionali ai numeri 2 e 3, ma senza che la retta CP sia bisettrice dell'angolo $A\hat{C}B$; oppure questa retta è bisettrice di quell'angolo, ma senza che quelle due parti siano direttamente proporzionali ai numeri 2 e 3, dal momento che, proprio in virtù del teorema della bisettrice, devono essere direttamente proporzionali ai numeri 15 e 20, che è come dire ai numeri 3 e 4.

Quesito 3.2.5. Il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è la parte aurea del raggio, che a sua volta è uguale al lato dell'esagono regolare inscritto nel cerchio. Pertanto, indicato con L_{10} il lato del decagono e con L_6 quello dell'esagono, risulta:

$$L_{10}=\frac{L_6}{2}\left(\sqrt{5}-1\right).$$

Quesito 3.2.6. Constatato che il quadrilatero BCQP è inscrivibile nel cerchio di diametro BC, gli angoli $A\widehat{B}C$ e $A\widehat{P}Q$ sono uguali perché angoli alla circonferenza che isistono sullo stesso arco CQ; d'altra parte gli angoli in A dei due triangoli sono uguali perché angoli opposti al vertice. Ne discende che i due triangoli ABC e AQP sono simili per il primo criterio di similitudine.

Quesito 3.2.7. I due triangoli ABC ed AEF sono simili ed il rapporto fra le loro aree A' ed A" è uguale al quadrato del rapporto fra le loro altezze AH ed AD. Siccome $\frac{\overline{AH}}{\overline{AD}}=\frac{3}{2}$ allora $\frac{A'}{A''}=\frac{9}{4}$; da qui segue: $\frac{A'-A''}{A''}=\frac{9-4}{4}$; considerato che A'−A" è l'area S del quadrilatero EBCF, si ha: $\frac{S}{A''}=\frac{5}{4}$.

Quesito 3.2.8. In realtà, di traslazioni utili ne esistono infinite: scegliamo quella che porta il centro del 1° quadrato, vale a dire il punto H(1,1) nel punto M in cui la retta OK, dove K(5,2) è il centro del 2° quadrato, interseca la retta AB. Siccome $M\left(\frac{5}{2},1\right)$, la traslazione ha le seguenti equazioni: $x'=x+\frac{3}{2}$, $y'=y$.
L'omotetia di centro O che trasforma M in K è quella cercata. Giacché M è anche il punto medio del segmento OK, le sue equazioni sono evidentemente: $x'=2x$, $y'=2y$.

Quesito 3.2.9. Si dimostra facilmente che il lato del quadrato è medio proporzionale fra le due parti rimanenti dell'ipotenusa. Il che permette di concludere che il lato del quadrato misura 4 cm. Da qui in poi il procedimento è semplice e si trova che l'ipotenusa del triangolo misura 14 cm, mentre i due cateti misurano $\frac{14}{5}\sqrt{5}$cm e $\frac{28}{5}\sqrt{5}$ cm. Il suo perimetro è pertanto $\frac{14}{5}\left(3\sqrt{5}+70\right)$ cm.

Quesito 3.2.10. In base al fatto che l'area del trapezio ABEF (Fig. 3.2) è il triplo di quella del trapezio FECD, risulta che l'area di ABEF è 3/4 di ABCD, vale a dire:

$$\frac{1}{2}\left(\overline{AB}+\overline{EF}\right)\cdot\overline{HL}=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\left(\overline{AB}+\overline{DC}\right)\cdot\overline{HK},\ \text{da cui segue: } 8+\text{EF}=\frac{3}{2}\left(4+\sqrt{3}\right)\cdot\frac{\overline{HK}}{\overline{HL}}\ .$$

Si può esprimere $\overline{HK}/\overline{HL}$ in funzione di $\overline{EF}$. Basta per questo prendere in considerazione dapprima i triangoli simili ABG e EFG e poi i triangoli simili ABG e DCG. Si ottiene:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}}=\frac{\overline{HG}}{\overline{LG}}\quad \text{e}\quad \frac{\overline{AB}}{\overline{DC}}=\frac{\overline{HG}}{\overline{KG}}\ .$$

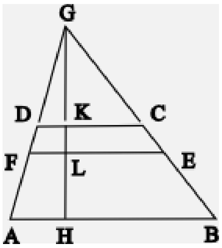


Fig. 3.2

Da qui segue: $\frac{\overline{AB}\text{-}\overline{EF}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{HG}-\overline{LG}}{\overline{HG}}$ e $\frac{\overline{AB}-\overline{DC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{HG}-\overline{KG}}{\overline{HG}}$, ossia: $\frac{8-\overline{EF}}{8}=\frac{\overline{HL}}{\overline{HG}}$ e $\frac{8-2\sqrt{3}}{8}=\frac{\overline{HK}}{\overline{HG}}$.
Dividendo membro a membro la seconda di queste due uguaglianze per la prima, si trova:

$$\frac{\overline{HG}}{\overline{HL}}=\frac{8-2\sqrt{3}}{8-\overline{EF}}\ .$$

Sostituendo questo valore del rapporto $\overline{HG}/\overline{HL}$ nell'equazione che avevamo lasciato, si ottiene la seguente equazione nell'incognita EF:

$$8+\overline{EF}=\frac{3}{2}\left(4+\sqrt{3}\right)\cdot\frac{8-2\sqrt{3}}{8\text{-}\overline{EF}}\ .$$

Risolta questa equazione si trova $\overline{EF}=5$ cm.
I dati non sono invece sufficienti per determinare l'area del trapezio ABCD, in quanto non è determinata la sua altezza HK.

Quesito 3. 2. 11. La dimostrazione non differisce sostanzialmente da quella che abbiamo esposto nel nostro testo, relativa alla costruzione geometrica della sezione aurea di un segmento. A quella costruzione pertanto rimandiamo il lettore.

Quesito 3. 2. 12. Ci riferiamo alla figura sottostante (Fig. 3.3), dove AB, AC e BC sono lunghi rispettivamente 3a, 4a e 5a.

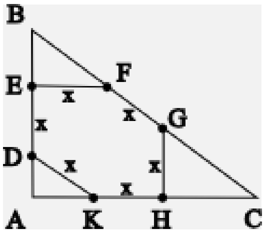


Fig. 3.3

Una volta constatato che i triangoli ADK e BFE sono entrambi simili al triangolo ABC, dopo aver posto uguale ad x il lato dell'esagono DEFGHK, si trova: $\overline{AD}=\frac{3}{5}x$, $\overline{EB}=\frac{3}{4}x$. Di modo che deve essere soddisfatta la seguente relazione:

$$\frac{3}{5}x+x+\frac{3}{4}x=3a,\ \text{da cui segue:}\, x=\frac{60}{47}a\ .$$

Questo è il lato dell'esagono equilatero, che però non è equiangolo e quindi non è regolare.

Quesito 3. 2. 13. La corda parallela alla base del triangolo lo divide in due parti equivalenti, una delle quali è un triangolo simile a quello dato. La sua area è uguale alla metà del triangolo dato. Siccome:

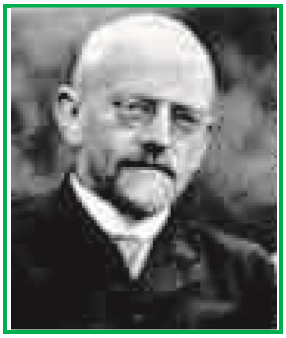
$$\frac{S}{S'}=\frac{L^2}{L'^2} \quad e \quad \frac{S}{S'}=2$$

avendo indicato con S ed S' rispettivamente l'area del triangolo dato e quella del triangolo reciso e con L ed L' rispettivamente il lato obliquo del triangolo dato e quello del triangolo reciso, si ha:

$$\frac{L^2}{L'^2}=2\,,$$

da cui, tenendo presente che $L = 10$ cm segue: $L' = 5\sqrt{2}$ cm. E questa è la misura di una delle parti in cui il lato obliquo del triangolo dato è diviso dalla corda in esame. L'altra parte è evidentemente $L-L'=10-5\sqrt{2}$ (cm).
I dati non sono sufficienti a determinare l'altezza del triangolo dato. Tutto quello che si può dire è che il rapporto fra tale altezza e quella del triangolo reciso è $\sqrt{2}$.

3. 5 **David Hilbert**: vita ed opere.



Hilbert

Euclide, con gli *Elementi*, aveva dato alla Geometria un assetto che sembrava definitivo e, di fatto, rimase praticamente immutato per oltre 2000 anni. Sennonché, nell'Ottocento e in particolare nella seconda metà del secolo, erano emerse molte critiche all'opera euclidea sul piano del rigore logico e il matematico che soprattutto si distinse in quest'azione fu il tedesco David Hilbert. Per merito suo gli *Elementi* subirono un vero e proprio riadattamento e furono riorganizzati in maniera più rigorosa, pur senza perdere l'originaria sistemazione. L'opera che realizza tutto ciò fu pubblicata nel 1899 col titolo *Grundlagen der Geometrie* (*Fondamenti di Geometria*) (1).
David Hilbert nacque a Königsberg, nella Prussia orientale, nel 1862 e morì nel 1943. Si laureò all'età di 22 anni nell'Università di quella città e vi rimase come docente dal 1886 al 1898. Passò poi alla più prestigiosa Università di Gottinga, dove fu professore famoso e stimato. Nel 1900, in occasione del secondo Congresso Internazionale dei Matematici, tenutosi a Parigi, presentò una

[1] Edizione italiana: David Hilbert, *Fondamenti della Geometria* (introduzione di C.F.Manara), Milano, Feltrinelli, 1970.

lista di 23 problemi che, a suo giudizio, avrebbero dovuto impegnare i matematici negli anni a venire e, in effetti, così fu. Non ci è possibile occuparci di tali problemi, che riguardano una matematica non propriamente elementare. Questa è l'introduzione del discorso tenuto da Hilbert: «*Chi di noi non sarebbe felice di sollevare il velo dietro cui si nasconde il futuro; di gettare uno sguardo ai prossimi sviluppi della nostra scienza e ai segreti del suo sviluppo nei secoli a venire? Quali saranno le mete verso cui tenderà lo spirito delle future generazioni di matematici? Quali metodi, quali fatti nuovi schiuderà il nuovo secolo nel vasto e ricco campo del pensiero matematico?*»

Una delle questioni che videro impegnato Hilbert a fondo fu il tentativo ambizioso di poggiare tutto l'edificio matematico sul sistema dei numeri naturali. Il tentativo fallì, ma non per questo il contributo di Hilbert è da trascurare. In effetti, per ottenere lo scopo egli pensò ad una completa ristrutturazione della logica e molti dei suoi risultati sono utilizzati ancor oggi. L'opera che li contiene porta il titolo *Grundzüge der theoretischen Logik* (*Principi di logica teoretica*), fu scritta in collaborazione con il suo discepolo Wilhelm Ackermann (1898-1962) e pubblicata nel 1928.

Oltre alle due opere citate, Hilbert pubblicò altre opere e numerosi articoli di matematica su varie riviste, tanto da essere considerato da molti come il più grande matematico del suo tempo. Certamente fu uno dei più eminenti.

Un gustoso aneddoto racconta che quando gli riferirono che un suo studente aveva abbandonato l'università per diventare poeta egli abbia risposto: «*Ah, quello là. Ma certo che lo conosco. Una volta è stato uno dei miei allievi. Dopo è diventato poeta: evidentemente gli è mancata la fantasia per dedicarsi alla matematica*».