Prerequisiti:
- Saper operare con i numeri interi e razionali.
- Rappresentare punti e rette in un piano cartesiano.
- Possedere i primi elementi di probabilità e statistica.

OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO

Una volta completata l'unità, gli allievi devono essere in grado di:

- *spiegare cos'è un indicatore statistico ottenuto per differenza e cosa un indicatore ottenuto per rapporto*
- *elencare e costruire i vari tipi di indicatori ottenuti per differenza e per rapporto*
- *fornire una esauriente spiegazione del ruolo degli indicatori statistici nel valutare efficacia, efficienza e qualità di servizi e prodotti*

L'unità riguarda il 2° biennio degli Istituti Tecnici e degli Istituti Professionali

Indicatori statistici per differenza e rapporto

Unità 56

56.1 INDICATORI OTTENUTI PER DIFFERENZA

56.1.1 Oltre ai valori di sintesi, atti a descrivere in modo sintetico un fenomeno statistico e dei quali ci siamo occupati nella precedente unità, sono usati frequentemente i cosiddetti *indicatori statistici*.
Un **indicatore statistico** è un numero che si ottiene in modo opportuno operando mediante differenze e rapporti tra i dati statistici raccolti e moltiplicando eventualmente i rapporti per convenienti potenze di 10. Esso fornisce informazioni sul comportamento reciproco dei dati medesimi e, di conseguenza, sul fenomeno statistico che si vuole studiare.

- ESEMPIO. La tabella sottostante (Tab. 1) riassume l'andamento delle iscrizioni alla prima classe dell'istituto "Volta" in un periodo di 5 anni, distinguendo maschi e femmine.

Anno scol.	0	1	2	3	4
Maschi	82	94	94	85	90
Femmine	65	72	69	76	76
Totale	147	166	153	161	166

TAB. 1

Un grafico può visualizzare la situazione. Quello da noi riportato (Fig. 1) limita la rappresentazione all'andamento delle iscrizioni di maschi (linea blu) e femmine (linea rosa) [1].

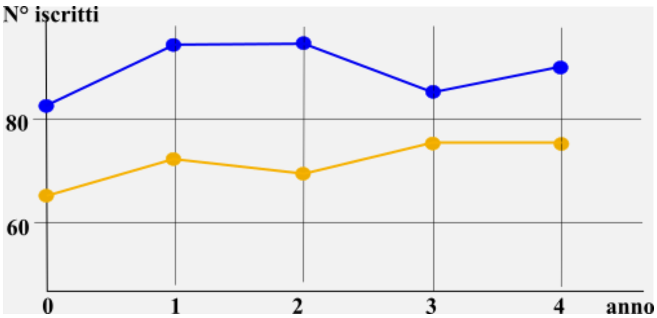

FIG. 1

Può essere interessante confrontare i numeri degli alunni iscritti in un dato anno scolastico rispetto a quelli dell'anno precedente o il numero dei maschi rispetto a quello delle femmine o altro ancora.
Il confronto può avvenire operando per *differenza* o per *rapporto* tra i dati considerati. In ogni caso si ottengono degli *indicatori statistici*.

56.1.2 Gli **indicatori ottenuti per differenza** sono di due tipi: *assoluti* e *relativi*.

♦ Un indicatore ottenuto per differenza si dice ***assoluto*** quando è ottenuto eseguendo la differenza pura e semplice fra due dati assegnati.

Con riferimento all'esempio della tabella 1, un indicatore assoluto è quello che si ottiene effettuando la differenza tra il numero degli alunni iscritti nell'anno 1 e quello degli iscritti nell'anno 0:

$$166 - 147 = 19.$$

[1] Alle volte, come nel caso in esame, è lecita una rappresentazione grafica che prescinda dalla reale distanza dei punti degli assi coordinati dall'origine del sistema di riferimento. Qui, com'è evidente, l'eccezione riguarda solamente l'asse delle ordinate, ma in altre circostanze può riguardare l'asse delle ascisse o addirittura entrambi gli assi coordinati.

Questo indicatore ci dice banalmente che il numero degli iscritti nell'anno 1 è cresciuto di 19 unità rispetto all'anno 0.

Ti proponiamo per esercizio di compilare una tabella, deducendola dalla tabella 1, mettendo in ogni casella l'indicatore assoluto ottenuto per differenza fra il dato (maschi, femmine, totale) riferito ad un anno e il dato dell'anno precedente. Ovviamente la nuova tabella avrà una colonna in meno rispetto alla tabella 1.

Si capisce facilmente che un indicatore ottenuto per differenza fra due dati è la misura di una grandezza omogenea ai dati medesimi.
Nel caso dell'esempio tale misura è "unità di iscritti", ma in altre circostanze potrebbe essere "unità monetaria" o "lunghezza" o "peso", eccetera.

♦ Un indicatore ottenuto per differenza è ***relativo*** quando è ottenuto eseguendo il rapporto tra un indicatore assoluto ed un altro dato opportuno omogeneo a questo.

Prendiamo in considerazione tre tipi di indicatori relativi e precisamente, denotando con D_1 e D_2 due dati, i seguenti numeri:

$$I_1 = \frac{D_2 - D_1}{D_2}, \qquad I_2 = \frac{D_2 - D_1}{D_1}, \qquad I_3 = \frac{D_2 - D_1}{D_2 + D_1}.$$

Tali indicatori, ottenuti come rapporto di due grandezze omogenee, sono evidentemente numeri puri, cioè privi di dimensione, compresi in ogni caso fra -1 ed 1 e precisamente tra -1 e 0 se $D_2<D_1$, uguale a 0 se $D_2=D_1$, compresi tra 0 ed 1 se $D_2>D_1$.
Riprendendo, con riferimento alla stessa tabella 1, il numero degli alunni iscritti nell'anno 1 (=166) e quello degli iscritti nell'anno 0 (=147), si ha:

$$I_1 = \frac{166 - 147}{166} \approx 0{,}1144\,; \qquad I_2 = \frac{166 - 147}{147} \approx 0{,}1295\,; \qquad I_3 = \frac{166 - 147}{166 + 147} \approx 0{,}0607\,.$$

- Il primo indicatore I_1 ci dice che per ogni 100 alunni iscritti nell'anno 0 ce ne sono stati $100\times0{,}1144=11{,}44$ in più nell'anno successivo.
- Il secondo indicatore I_2 ci dice che per ogni 100 alunni iscritti nell'anno 1 ce n'erano stati $100\times0{,}1295=12{,}95$ in meno nell'anno 0.
- L'indicatore I_3, infine, ci dice che per ogni 100 alunni presi sul totale degli iscritti nei due anni scolastici 0 e 1, $100\times0{,}0607=6{,}07$ provengono dagli iscritti nell'anno 1 mentre i rimanenti $100-6{,}07=95{,}93$ provengono in parti uguali dal totale degli iscritti nei due anni.

Ti proponiamo per esercizio di compilare una tabella, deducendola di nuovo dalla tabella 1, collocando in una riga gli indici dei tipo I_1, in una seconda riga quelli del tipo I_2 ed in una terza riga quelli del tipo I_3, prendendo come anno di riferimento sempre l'anno 0.

56.1.3 Invece di confrontare i dati riferiti ad una stessa modalità (nell'esempio: maschi o femmine o totali) è possibile confrontare quelli relativi a modalità diverse ma riguardanti la stessa ubicazione temporale o territoriale (nell'esempio: anno scolastico).
A volte si dice che le differenze sono:

- *longitudinali* nel primo caso (stessa modalità ma ubicazioni diverse)
- *trasversali* nel secondo (modalità diverse ma stessa ubicazione).

Anche nel caso delle differenze trasversali vi sono indicatori assoluti e indicatori relativi, esattamente come in quello delle differenze longitudinali.

Cosicché, sempre con riferimento alla tabella 1, dopo aver precisato un anno particolare, per esempio l'anno 0, si possono mettere a confronto il numero dei maschi (=82) e quello delle femmine (=65) e costruire i seguenti indicatori:

$$J=82-65=17;\quad J_1=\frac{82-65}{82}\approx 0{,}2073;\quad J_2=\frac{82-65}{65}\approx 0{,}2615;\quad J_3=\frac{82-65}{82+65}\approx 0{,}1156\,.$$

- L'indicatore J ci dice banalmente che il numero dei maschi supera di 17 unità quello delle femmine.
- L'indicatore J_1 ci dice che per ogni 100 femmine ci sono 20,7 maschi in più.
- L'indice J_2 ci dice che per ogni 100 maschi ci sono 26,15 femmine in meno.
- L'indicatore J_3, infine, ci dice che per ogni 100 alunni 11,5 sono maschi mentre i rimanenti $100-11{,}5=88{,}5$ sono equamente ripartiti fra maschi e femmine.

Ti proponiamo per esercizio di compilare una tabella, deducendola ancora dalla tabella 1, collocando in una riga gli indici dei tipo J_1, in una seconda riga quelli del tipo J_2 ed in una terza riga quelli del tipo J_3.

56.2 INDICATORI OTTENUTI PER RAPPORTO

56.2.1 Gli indicatori statistici ottenuti per rapporto si costruiscono considerando per l'appunto il rapporto fra due grandezze. Se ne possono costruire diversi. Ne prendiamo in considerazione quattro, in base ad altrettanti tipi di rapporti:

- rapporto di ***coesistenza***;
- rapporto di ***composizione***;
- rapporto di ***derivazione***;
- rapporto di ***densità***.

Come vedremo, i primi tre si ottengono dividendo grandezze omogenee e sono pertanto numeri puri. L'ultimo è invece il rapporto di due grandezze eterogenee ed è pertanto caratterizzato da una misura.

56.2.2 Un **rapporto di coesistenza** si ottiene confrontando i dati riferiti a modalità diverse ma riguardanti di norma una medesima ubicazione temporale o territoriale.
Questo rapporto, come si può capire facilmente, è un numero puro non negativo che può essere maggiore, minore o uguale ad 1.

- Così, prendendo la solita tabella 1 e considerando un anno particolare, per esempio l'anno 0, possiamo calcolare il rapporto $R_{M/F}$ fra il numero dei maschi (M=82) e quello delle femmine (F=65) o, viceversa, il rapporto $R_{F/M}$ tra il numero delle femmine e quello dei maschi:

  $$R_{M/F}=\frac{82}{65}\approx 1{,}2615\,;\qquad R_{F/M}=\frac{65}{82}\approx 0{,}7226\,.$$

  I due rapporti maschi/femmine e femmine/maschi, moltiplicati per 100, si chiamano più propriamente *indice di mascolinità* e *indice di femminilità*.
  Cosicché, nell'esempio, l'indice di mascolinità è 126,15 e l'indice di femminilità è 72,26.
  Il primo ci dice che, nella comunità presa in esame, ci sono 126,2 maschi ogni 100 femmine. Il secondo che ci sono 72,3 femmine ogni 100 maschi.
- Può capitare che il confronto riguardi i pezzi di scarto (perché difettosi) della produzione di certo

materiale rispetto ai pezzi non difettosi (perché buoni). Il rapporto $R_{D/B}$ fra il numero dei pezzi difettosi (pezzi D) e quello dei pezzi buoni (pezzi B) è un rapporto di coesistenza che, moltiplicato per 100, va sotto il nome di *indicatore di qualità*.

Ad esempio, considerata un'azienda che produce lampadine, se su 100 lampadine prodotte ve ne sono 5 difettose, l'indice di qualità della produzione è il numero I_q tale che:

$$I_q = \frac{5}{95} \cdot 100 \approx 5{,}26 \,.$$

Vale a dire che vi sono 5,26 lampadine difettose ogni 100 buone. Ovviamente l'azienda prenderà provvedimenti per migliorare la situazione, cercando di diminuire la percentuale delle lampadine difettose.

- Un altro rapporto di coesistenza è l'*indice di vecchiaia*, il quale indica il grado di invecchiamento di una popolazione. Lo si calcola moltiplicando per 100 il rapporto fra il numero delle persone "anziane" e quello dei "giovani" di una certa comunità (o eventualmente di un campione della medesima). Ovviamente bisogna definire in modo non equivoco chi è "persona anziana" e chi è "persona giovane". Ad esempio, l'ISTAT definisce "persona anziana" chi ha già compiuto 65 anni e "persona giovane" chi non ha ancora compiuto 15 anni.

  Cosicché, se in una comunità vi sono 3.867.462 giovani e 2.987.543 anziani, l'indice di vecchiaia di quella comunità è il numero I_v tale che:

$$I_v = \frac{2.987.543}{3.867.543} \cdot 100 \approx 77{,}24 \,.$$

  Questo indice ci dice che nella comunità ci sono 77,24 anziani ogni 100 giovani.

  Quando questo indice supera 100 è più alta nella comunità la presenza di "persone anziane" rispetto a quella di "persone giovani".

56.2.3 Un **rapporto di composizione** rapporta la numerosità di una parte di un determinato collettivo a quella dell'intero collettivo e, ovviamente, è un numero puro compreso fra 0 ed 1. Fornisce evidentemente informazioni sul grado di rilevanza di una parte rispetto al tutto.

- Ritorniamo al solito esempio della tabella 1 e poniamo l'attenzione sull'anno 4. Possiamo constatare che i maschi (=90) costituiscono la seguente frazione del totale degli iscritti (=166):

$$R = \frac{90}{166} \approx 54{,}21\% \,.$$

  È questo, così calcolato, un rapporto di composizione.

- Ecco altri esempi di rapporti di composizione:
  - percentuale di maschi residenti sul totale dei residenti di una comunità;
  - percentuale di residenti di una determinata fascia di età sul totale dei residenti;
  - percentuale dei pezzi di scarto sul totale dei pezzi prodotti da un'azienda;
  - percentuale di operai di un'azienda sul totale dei dipendenti dell'azienda;
  - percentuale di fumatori sul totale dei componenti di una comunità.

Ti proponiamo per esercizio di completare la tabella sottostante (Tab. 2).

TAB. 2 – Censimento 2001 (fonte ISTAT)

Province	Popolazione residente	Popolazione residente appartenente alla forza lavoro	Percentuale della popolazione residente appartenente alla forza lavoro rispetto alla popolazione residente
Pesaro-Urbino	3521.214	154.612	
Ancona	448.473	197.088	
Macerata	301.523	131.301	
Ascoli Piceno	369.371	159.333	
Marche	**1.470.581**	**642.334**	

Quelli che andiamo a segnalare sono indicatori collegati a rapporti di composizione, citati spesso nelle notizie di cronaca:

- ***Tasso di occupazione***.
  Su una popolazione di persone che hanno compiuto 15 anni, è la percentuale di coloro che hanno un lavoro.
- ***Tasso di disoccupazione***.
  Su una popolazione di persone che hanno compiuto 15 anni, è la percentuale di coloro che non hanno un lavoro.
- ***Tasso di scolarità***.
  Sugli alunni di una determinata fascia di età, è la percentuale di coloro che frequentano la scuola. Per esempio, in Italia, il tasso di scolarità della secondaria di 2° grado è la percentuale di coloro che frequentano quest'ordine di scuola rispetto al totale dei giovani della fascia di età 15-18 anni.

56.2.4 Un **rapporto di derivazione** rapporta una modalità ad un'altra, comunque omogenea, che ne costituisce in qualche modo il presupposto (logico o temporale).
Alcuni esempi:

- In un determinato periodo di tempo si sono verificati in una data regione (in senso lato: luogo, città, provincia, stato, ecc.) N incidenti stradali, a causa dei quali sono morte n persone. Il numero n/N è un rapporto di derivazione. Solitamente moltiplicato per 100, è chiamato più propriamente *indice di pericolosità stradale* di quella regione.
- Un altro rapporto di derivazione è il *tasso di fecondità* di una data popolazione in un determinato periodo (di solito, un anno). È la percentuale di nati in quel periodo rispetto al numero delle donne in età feconda (fra i 15 e i 49 anni, secondo il parere di alcuni demografi; nella fascia d'età 15-44 secondo altri).
- Se si prende ancora in esame una popolazione e si considera il rapporto fra il numero n dei nati vivi in un dato periodo e la numerosità N della popolazione in quel periodo, si ottiene ancora un rapporto di derivazione. Se si moltiplica tale rapporto per 1000, si ottiene il cosiddetto *quoziente di natalità* Q:

$$Q=\frac{n}{N}\cdot 1000\,.$$

  Analogamente il *tasso di mortalità* T è il numero:

$$T=\frac{m}{N}\cdot 1000$$

  dove m indica il numero dei morti della popolazione in quel periodo.

Eseguendo la differenza tra il quoziente di natalità ed il tasso di mortalità di una popolazione in un determinato periodo si ottiene il cosiddetto *tasso di crescita* della popolazione in quel periodo.
Bisogna precisare che la "popolazione" di cui si parla va intesa in senso statistico, potendo essere un insieme di persone, di aziende, di negozi, eccetera.

ESERCIZI.
1. Nell'anno 2005 erano immatricolati in Italia 45.185.101 veicoli e la popolazione residenza era costituita da 58.607.043 abitanti (fonte ACI). Quanti veicoli erano allora immatricolati ogni 1000 abitanti?
2. Su una popolazione di 2800 abitanti si sono verificate nel corso dell'anno 3 nascite e 2 decessi. Qual è stato il tasso di crescita di quella popolazione in quell'anno?

56.2.5 Un **rapporto di densità** rapporta la dimensione di una popolazione (statistica) alla grandezza (spaziale o temporale), alla quale il rapporto fa riferimento.
Alcuni esempi:
- Il rapporto fra il numero degli abitanti di una data regione (città, provincia, stato, eccetera) e la misura della sua superficie è un rapporto di densità. Se la superficie è misurata, mettiamo, in chilometri quadrati, tale rapporto ci dà il *numero medio di abitanti per chilometro quadrato*.
- Il rapporto fra il numero degli alunni che frequentano una data scuola ed il numero delle classi di quella scuola è un altro rapporto di densità: ci dà il *numero medio di alunni per classe*.
- Il rapporto fra il numero degli studenti che frequentano una scuola secondaria di 2° grado ed il numero di docenti utilizzati in quell'ordine di scuola è ancora un rapporto di densità: ci fornisce il *numero medio di alunni per docente* (per esempio, in Italia).
- Il rapporto fra il numero di incidenti stradali che si sono verificati in una data regione in un anno e il numero di mesi dell'anno (ovviamente 12) è sempre un rapporto di densità: ci dà il *numero medio mensile di incidenti stradali* in quella regione.
- Il rapporto fra il numero di nati in una regione (per esempio in Italia) in un anno e il numero dei giorni dell'anno (ovviamente 365) è di nuovo un rapporto di densità: ci dà il *numero medio giornaliero di nascite* in quella regione.

56.2.6 Ti proponiamo un esercizio che riepiloga in qualche misura quanto siamo andati dicendo fin qui.

ESERCIZIO. Con riferimento alla tabella sottostante (Tab. 3):
a) Calcola l'indice di mascolinità delle forze lavoro.
b) Fra gli occupati quante sono le femmine ogni 100 maschi?
c) Qual è il tasso di disoccupazione femminile? Quale quello maschile?
d) Sapendo che l'estensione territoriale dell'Italia è 301.328,45 km^2, quanti sono mediamente per chilometro quadrato le donne non appartenenti alla forza lavoro? Quanti gli uomini?
e) Di ogni indicatore calcolato precisa da quale tipo di rapporto proviene.

TAB. 3 – Italia: popolazione residente di almeno 15 anni d'età – censimento 2001 (fonte ISTAT)

Condizione		Maschi	Femmine	Totale
Forze lavoro	Occupati	12.841.971	8.151.761	20.993.732
	In cerca di occupazione	1.333.960	1.414.570	2.748.530
	Totale	14.175.931	9.566.331	23.742.262
Non forze lavoro		9.250.697	15.899.600	25.150.297
Totale		23.426.628	25.465.931	48.892.559

56.3 NUMERI INDICE

56.3.1 Particolari rapporti statistici fra grandezze omogenee sono i cosiddetti ***numeri indice***. Possono essere *semplici* e *complessi*.

I numeri indice semplici possono essere, a loro volta, a *base fissa* ed a *base mobile*. Ce ne occuperemo per un breve cenno, precisando da subito che per ***base*** del numero indice si intende la grandezza che sta al denominatore del rapporto considerato.

I numeri indice complessi sono di varia natura. Prenderemo in esame solamente il cosiddetto *indice di Laspeyres* [(2)].

56.3.2 Riprendiamo in esame la tabella 1, che per comodità di lettura riportiamo qui sotto (Tab.1).

TAB. 1 – Alunni iscritti all'istituto "Volta"

Anno scol.	0	1	2	3	4
Maschi	82	94	94	85	90
Femmine	65	72	69	76	76
Totale	147	166	153	161	166

a) Calcoliamo il rapporto, che indichiamo con $R_{4/3}$, fra il numero degli alunni iscritti nell'anno 4 $(=166)$ e quello degli iscritti nell'anno 3 $(=161)$:

$$R_{4/3}=\frac{166}{161}\approx 1{,}031.$$

Questo rapporto è un numero indice semplice. Essendo maggiore di 1, ci dice intanto che il numero di iscritti è aumentato passando dall'anno 3 all'anno 4. Per conoscere di quanto, basta eseguire la differenza $1{,}031-1=0{,}031=3{,}1\%$. L'aumento è stato del 3,1%. Come dire: per ogni 100 alunni iscritti nell'anno 3 ve ne sono 103,1 iscritti nell'anno 4.

b) Con riferimento alla stessa tabella 1 ed all'anno 4, calcoliamo il rapporto $R_{F/M}$ tra il numero degli iscritti di sesso femminile $(=76)$ e quello degli iscritti di sesso maschile $(=90)$:

$$R_{M/F}=\frac{76}{90}\approx 0{,}844.$$

Anche questo rapporto è un numero indice semplice, che essendo minore di 1, ci informa intanto che le femmine sono meno dei maschi. Siccome poi risulta $1-0{,}844=0{,}156=15{,}6\%$, l'indice ci dice più precisamente che gli iscritti di sesso femminile nell'anno 4 sono meno numerosi degli iscritti di sesso maschile nella misura del 15,6%. Come dire: nell'anno 4 nell'istituto "Volta" v'erano 84,4 femmine ogni 100 maschi.

Facciamo notare come questi numeri indice non aggiungano nulla a quanto ottenuto a suo tempo (cfr.: nn. 56.1.2/56.1.3) con gli indicatori relativi per differenza I_1 e J_1.

56.3.3 Quando il confronto avviene, come negli esempi esaminati, fra due soli aspetti del fenomeno in studio, i numeri indice sono chiamati *bilaterali*.

Sono forse più interessanti gli indici *multilaterali*, vale a dire quei rapporti che coinvolgono contemporaneamente più di due aspetti del fenomeno. Sono i numeri indice multilaterali che possono essere a *base fissa* o a *base mobile*.

---

[2] **Laspeyres**, Ernst Louis Etienne, economista e statistico tedesco, 1834-1913.

Per comprendere di cosa stiamo parlando, ci serviamo ancora della tabella 1.

- Calcoliamo i numeri indice $R_{1/0}, R_{2/0}, R_{3/0}, R_{4/0}$, riferiti al totale degli iscritti e aventi come base il numero degli iscritti nell'anno 0:
$$R_{1/0}=\frac{166}{147}\approx 1{,}129\ ;\quad R_{2/0}=\frac{153}{147}\approx 1{,}041\ ;\quad R_{3/0}=\frac{161}{153}\approx 1{,}109\ ;\quad R_{4/0}=\frac{166}{147}\approx 1{,}129\ .$$
Si ottengono in questo modo numeri indice aventi la stessa base e denominati per questo ***numeri indice a base fissa***.
Essi, con riferimento alla solita tabella 1, ci dicono che, se si assume come base 100 l'anno 0, gli indici degli altri anni sono nell'ordine:
$$I_1=112{,}9\ ;\quad I_2=104{,}1\ ;\quad I_3=110{,}9\ ;\quad I_4=112{,}9\ .$$
- Se la base dei numeri indici che si vanno a calcolare non è fissa ma variabile, si ottengono ***numeri indice a base mobile***. Sono tali, ad esempio, i rapporti fra le grandezze dei vari anni e quelli degli anni immediatamente precedenti: $R_{1/0}, R_{2/1}, R_{3/2}, R_{4/3}$.
$$R_{1/0}=\frac{166}{147}\approx 1{,}129\ ;\quad R_{2/1}=\frac{153}{166}\approx 0{,}922\ ;\quad R_{3/2}=\frac{161}{153}\approx 1{,}052\ ;\quad R_{4/3}=\frac{166}{161}\approx 1{,}031\ .$$

Si nota un fatto interessante, che mettiamo in evidenza riferendoci ancora una volta alla tabella1. Risulta ad esempio:
$$R_{2/1}\cdot R_{1/0}=\frac{166}{147}\cdot\frac{153}{166}=\frac{153}{147}=R_{2/0}\ ;\quad R_{3/2}\cdot R_{2/1}\cdot R_{1/0}=\frac{161}{153}\cdot\frac{166}{147}\cdot\frac{153}{166}=\frac{161}{147}=R_{3/0}\ .$$
Insomma si può risalire ai numeri indice a base fissa conoscendo quelli a base mobile.

56.3.4 Quelli che abbiamo fornito sopra sono esempi piuttosto banali di numeri indice. Ci sono stati utili per approcciare l'argomento. Ma ci sono indici ben più significativi.
Ad esempio, i numeri indice sono usati per valutare l'andamento dei prezzi in una data regione a scadenze prestabilite (in genere mensilmente e annualmente) o per comparare i prezzi in più regioni a in un determinato momento.

♦ Vediamo un esempio mediante l'uso di specifiche tabelle (fonte ISTAT).

TAB. 4 – Indice nazionale dei prezzi al consumo per le famiglie di operai e impiegati (sigla FOI). Base anno 1995 = 100.

Anno	gen	feb	mar	apr	mag	giu	lug	ago	set	ott	nov	dic	**media**
1996	102,4	102,7	103,0	103,6	104,0	104,2	104,0	104,1	104,4	104,5	104,8	104,9	**103,9**
1997	105,1	105,2	105,3	105,4	105,7	105,7	105,7	105,7	105,9	106,2	106,5	106,5	**105,7**
1998	106,8	107,1	107,1	107,3	107,5	107,6	107,6	107,7	107,8	108,0	108,1	108,1	**107,6**
1999	108,2	108,4	108,6	109,0	109,2	109,2	109,4	109,4	109,7	109,9	110,3	110,4	**109,3**
2000	110,5	111,0	111,3	111,4	111,7	112,1	112,3	112,3	112,5	112,8	113,3	113,4	**112,1**
2001	113,9	114,3	114,4	114,8	115,1	115,3	115,3	115,3	115,4	115,7	115,9	116,0	**115,1**
2002	116,5	116,9	117,2	117,5	117,7	117,9	118,0	118,2	118,4	118,7	119,0	119,1	**117,9**
2003	119,6	119,8	120,2	120,4	120,5	120,6	120,9	121,1	121,4	121,5	121,8	121,8	**120,8**
2004	122,0	122,4	122,5	122,8	123,0	123,3	123,4	123,6	123,6	123,6	123,9	123,9	**123,2**
2005	123,9	124,3	124,5	124,9	125,1	125,3	125,6	125,8	125,9	126,1	126,1	126,3	**125,3**
2006	126,6	126,9	127,1	127,4	127,8	127,9	128,2	128,4	128,4	128,2	128,3	128,4	**127,8**
2007	128,5	128,8	129,0	129,2	129,6	129,9	130,2	130,4	130,4	130,8	131,3	131,8	**130,0**
2008	132,2	132,5	133,2	133,5	134,2	134,8	135,4	135,5	135,2	135,2	134,7	134,5	**134,2**
2009	134,2	134,5	134,5	134,8	135,1	135,3	135,3	135,8	135,4	135,5	135,6	135,8	**135,2**
2010	136,0	136,2	136,5	137,0	137,1	137,1	137,6	137,9	137,5	137,8	137,9	138,4	**137,3**

Oltre all'indice FOI, in Italia è elaborato anche l'indice NIC, che è l'indice nazionale dei prezzi al consumo per l'intera collettività nazionale. Ma per quello che ci interessa dire non c'è differenza tra il primo ed il secondo.
Se si esclude qualche caso eccezionale in cui i prezzi sono rimasti mediamente invariati rispetto al mese precedente (es.: giugno 1997) o addirittura sono diminuiti (novembre 2008), la tabella mostra che c'è stato un continuo aumento dei prezzi.

ESERCIZI.

1. Con riferimento alla precedente tabella 4:
   a) In quale percentuale i prezzi medi dell'anno 2010 sono aumentati rispetto all'anno 1995?
   b) In quale percentuale i prezzi medi dell'anno 2010 sono aumentati rispetto all'anno 2005?
   c) Se si assume come base uguale a 100 l'anno 2000, quali sono gli indici dell'anno 2010?
2. Con riferimento alla sottostante tabella 5, costruisci una nuova tabella con i numeri indice, assumendo come base 100 l'anno 2006.

Tab. 5 – Popolazione residente in provincia di Macerata al 1° gennaio (fonte ISTAT)

Anno	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Residenti	315.065	316.214	319.650	322.498	324.369	325.362

♦ Altri esempi di numeri indice particolarmente importanti sono i cosiddetti ***indici di Borsa***, i quali forniscono la variazione nel tempo di un insieme di titoli (detto più propriamente: paniere di titoli). Segnaliamo in particolare:

- l'indice Borsa di Milano: è denominato **FTSE-MIB** ed è calcolato sulla base delle azioni delle maggiori 40 società italiane e straniere;
- indice Borsa di New York: uno è il **DOW JONES** ed è calcolato tenendo conto del peso dei principali 30 titoli americani; un altro è il **NASDAQ**, il quale tiene conto dei principali titoli tecnologici;
- l'indice Borsa di Parigi: è il cosiddetto **CAC 40** ed è anch'esso calcolato sulla base dei titoli di 40 società per azioni;
- l'indice Borsa di Francoforte (sul Meno): il più importante è il **DAX di Francoforte**;
- l'indice della Borsa di Tokyo: il più importante è il **NIKKEI 225** ed è calcolato come media ponderata dei titoli delle 225 maggiori compagnie quotate alla Borsa di Tokyo;
- l'indice della Borsa di Hong Kong: il principale è l'**HANG SENG** e monitora le variazioni giornaliere delle 50 maggiori aziende del mercato azionario di Hong Kong.

56.3.5 L'***indice di Laspeyres*** è un numero indice complesso che permette di calcolare l'*inflazione*, vale a dire l'aumento dei prezzi dei servizi e dei beni di consumo in un determinato periodo di tempo.
In Italia, ad esempio, l'indice di Laspeyres è usato per calcolare il tasso d'inflazione su base mensile.
L'indice di Laspeyres è calcolato press'a poco secondo la seguente procedura:

a) si fissa un tempo iniziale di riferimento (tempo 0) e lo si assume come tempo base (in Italia è il mese di dicembre dell'anno immediatamente precedente a quello in cui si calcola l'inflazione);
b) si sceglie un numero opportuno N di beni (beni di consumo e servizi) sul totale dei beni di consumo e dei servizi;
c) si determinano i prezzi p_{i0} (i=1,2,…,N) di tali beni al tempo 0;
d) si calcolano le quote q_{i0} (i=1,2,…,N) dei prezzi degli N beni rispetto al loro prezzo complessivo, cioè alla somma degli N prezzi p_{i0};
e) si determinano gli indici semplici $I_{i,\ t/0}$ dei prezzi degli N beni considerati al tempo t nel quale si

vuole calcolare la variazione dei prezzi;

f) si calcola la media ponderata M_p degli N indici $I_{i,\ t/0}$, assumendo come pesi i rispettivi numeri q_{i0};

g) l'indice di Laspeyres è il numero $M_p \times 100$.

56.4 OSSERVAZIONI VARIE

Abbiamo esaminato alcuni indicatori statistici, ma altri se ne potrebbero prendere in considerazione.
Abbiamo sottolineato la loro utilità nell'interpretazione dei fenomeni statistici. Utilità che è accentuata dalla conoscenza di eventuali altre informazioni sul fenomeno che si studia.
Abbiamo cercato di far cogliere alcune delle caratteristiche più salienti degli indicatori. Caratteristiche che qui vogliamo esplicitare, a conclusione di queste note sull'argomento.
Un indicatore valido deve essere:

- ***misurabile***: che sia ottenuto per differenza o per rapporto, ogni indicatore è un numero (puro o corredato di dimensione) che fornisce una data misura;
- ***comprensibile***: deve essere chiara la caratteristica del fenomeno che l'indicatore vuole mettere in risalto;
- ***efficace***: la conoscenza dell'indicatore permette di ottenere frequenti informazioni sul fenomeno studiato;
- ***efficiente***: le informazioni ottenute mediante l'indicatore non sono dispendiose né in termini di tempo né in termini di denaro.

Un buon indicatore, infine, permette sia di tenere sotto controllo il fenomeno che si studia sia di migliorare la situazione se questo si rende necessario.

NOTA BENE. Riteniamo che i pochi esercizi sull'argomento, proposti via via durante lo svolgimento dell'unità, siano sufficienti per effettuare delle verifiche dell'apprendimento. Ragion per cui non abbiamo predisposto una sezione "verifiche". Non manca, però, la "breve sintesi per domande e risposte".

UNA BREVE SINTESI PER DOMANDE E RISPOSTE

DOMANDE.

1. Fornisci una classificazione degli indicatori statistici ottenuti per differenza.
2. Un indicatore statistico ottenuto per differenza è un numero puro o un numero con dimensione?
3. Tra gli studenti dell'istituto "Parini" di un determinato anno scolastico si considerano gli studenti promossi. Se si calcola la percentuale di promossi rispetto al totale degli studenti di quell'anno che tipo di indicatore statistico si ottiene?
4. Cosa s'intende per indicatore di qualità del processo di produzione di un certo prodotto?
5. Cosa s'intende per quoziente di natalità di una nazione in un determinato anno?
6. Il tasso di mortalità infantile è un indicatore statistico uguale al rapporto, moltiplicato per 1000, fra il numero dei bambini che muoiono prima di aver compito un anno di vita ed il numero dei nati vivi; il tutto riferito ad una determinata popolazione e ad un dato periodo. Di che tipo di indicatore si tratta?
7. Con riferimento alla tabella 4, se si assume come base uguale a 100 l'anno 2009, quali sono gli indici mensili dei prezzi nel 2010?

RISPOSTE.

1. Un indicatore statistico ottenuto per differenza può essere assoluto e relativo. È assoluto quando è ottenuto eseguendo la semplice differenza fra due dati assegnati. È relativo quando è ottenuto eseguendo il rapporto tra un indicatore assoluto ed un altro dato opportunamente scelto. A volte gli indicatori ottenuti per differenza si distinguono in longitudinali (se riguardano la stessa modalità ma ubicazioni diverse) e trasversali (se riguardano la stessa ubicazione ma modalità diverse).
2. È un numero con dimensione se è assoluto. È un numero puro se è relativo.
3. Si ottiene un indicatore statistico per rapporto di composizione?
4. L'indicatore di qualità di un processo di produzione è il rapporto (di coesistenza), moltiplicato per 100, fra il numero dei pezzi difettosi prodotti e quello dei pezzi non difettosi. Più piccolo è questo numero più efficiente è il processo di produzione.
5. Il quoziente di natalità di una nazione in un dato anno è un indicatore statistico ottenuto eseguendo il rapporto (di derivazione), moltiplicato per 1000, fra il numero dei nati in quella nazione e in quell'anno ed il numero complessivo degli abitanti di quella nazione in quell'anno. Di norma lo si calcola ragionando su un campione casuale e non su tutta la popolazione.
6. Si tratta di un indicatore ottenuto mediante un rapporto di derivazione.
7. Ragioniamo sul mese di gennaio. Basta considerare il rapporto tra gli indici di gennaio 2009 e gennaio 2010 e si ricava il nuovo indice, che è:

$$I_1=\frac{136,0}{134,2}\cdot 100\approx 101,3.$$

   Analogamente si ragiona per gli altri mesi.